

Leserbriefe zur Problemecke aus "Stochastik in der Schule" 3/91

Lösung des Puzzles der Mittelwerte

von Gerd Riehl, Barsinghausen

Es sei K die (gefragte) Anzahl der Klassen, n_k die zugehörige Besetzungszahl,

$$N = \sum_{i=1}^K n_i$$

die Gesamtzahl der Studenten. Als Mittelwerte erhält man aus der Sicht

1) der Lehrenden

$$\bar{n}_L = \frac{N}{K} = 32 \Leftrightarrow N = 32 \cdot K \quad (1)$$

2) der Studierenden (da jede Klassenstärke n_i auch n_i -mal genannt wird)

$$\bar{n}_S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K n_i^2$$

Mit $\bar{n}_S = 152$ und (1) folgt:

$$\sum_{i=1}^K n_i^2 = 152 \cdot 32 \cdot K \quad (2)$$

Da die Varianz $s_L^2 = 64^2$ ist, muß nach (2) gelten:

$$\begin{aligned} 64^2 &= \frac{1}{K-1} \left[\sum_{i=1}^K n_i^2 - K \cdot (\bar{n}_L)^2 \right] = \frac{K}{K-1} (152 \cdot 32 - 32^2) \\ \Leftrightarrow \frac{K}{K-1} &= \frac{4096}{3840} = \frac{16}{15}, \quad \text{also } K = 16 \end{aligned}$$

Gerd Riehl, Obere Mark 6, 3013 Barsinghausen

Anmerkungen zum Drei-Türen-Problem

von Wolfgang Bühler, Mainz

Sehr geehrter Herr Kollege Borovcnik, ich habe die Problemecke in Heft 3/91 von "Stochastik in der Schule" mit Interesse gelesen. Den Spiegelartikel zu der Fernsehshow kenne ich leider nicht; jedoch hat auch die ZEIT sich (ich glaube vorher) mit diesem Thema befaßt. Ich schicke Ihnen dazu einen (nicht veröffentlichten Leserbrief), der gerade auf die von Ihnen am Ende gestellte Frage eingeht.

Da ich schon bei der Problemecke war, habe ich das Problem der "Paradoxen Mittelwerte" gelöst, - da ich eine Variante dieser Aufgabe regelmäßig meinen Studenten vorstelle, war dies nicht allzu schwierig:

[Gibt im wesentlichen dieselbe Lösung wie Herr Riehl]

Ich habe nicht überprüft, ob es tatsächlich natürliche Zahlen x_1, x_2, \dots, x_{16} gibt, die als Klassengrößen auftreten können und ob gegebenenfalls die Lösung (bis auf Permutation) eindeutig ist.

Mit freundlichen Grüßen

Wolfgang Bühler

P.S. Siehe beigelegte Kopie aus AMSTAT NEWS.

P.P.S. Sollte ich einer der beiden ersten Löser sein, so verzichte ich auf das Frei-Abonnement, ich bin ohnehin Mitglied im Verein.

Der Brief von Prof. Bühler an die ZEIT

Betr: Gero von Randow "Eingebung nützt nichts"

ZEIT Nr. 30. Leserbriefe dazu ZEIT Nr. 33

Wie so oft bei elementaren Aufgaben aus der Wahrscheinlichkeits-Rechnung sind beide Lösungen "richtig". Der Streit löst sich, wenn die Aufgabe erst einmal präzisiert wird. Verschiedene "Lösungen" entstehen dadurch, daß in Wirklichkeit unterschiedliche Aufgaben gelöst wurden. Die Unterschiede bestehen in dem Verhalten, das dem Moderator unterstellt wird. Der Moderator, an den wohl die meisten - einschließlich Ihrer Leserbriefschreiber - denken, wählt zufällig eine der Türen 2 und 3 und öffnet sie. Zeigt sich jetzt eine Ziege, so ist die (bedingte) Wahrscheinlichkeit, das Auto hinter Tür 1 (oder 2) zu

haben, gleich $1/2$. Anscheinend denkt Frau von Savant an einen Moderator, der sich etwas anders verhält: steht das Auto hinter Tür 1, so öffnet er ebenfalls zufällig eine der Türen 2 und 3, andernfalls öffnet er diejenige Tür, von der er weiß, daß sie nicht das Auto verbirgt. Bei diesem Moderator ist das Ergebnis richtig, das Frau von Savant angibt (wenn auch die Begründung in Ihrem Artikel nicht mathematisch klar war).

Es gibt mindestens 2 andere Moderatoren: der "böswillige" Moderator zeigt dem Kandidaten die Ziege hinter der von ihm gewählten Tür, falls dort nicht das Auto steht. Hat der Kandidat zunächst richtig gewählt, so öffnet er eine andere Tür, um ihn eventuell noch zum Umdenken zu verführen. Der "gutwillige" Moderator beendet das Spiel, wenn der Kandidat richtig geraten hat, und gibt ihm anderen Fall noch eine Chance. Offenbar ist die Wahrscheinlichkeit für einen "Erfolg" für den Kandidaten, wenn er die geratene Tür wechselt. Null beim böswilligen und Eins beim gutwilligen Moderator.

Mit freundlichen Grüßen

Bemerkung zu Bühlers Brief an die ZEIT:

In Ihrem Brief an die Zeit nehmen Sie eine Variante des 3-Türen Spiels vorweg, die ich für das nächste Heft geplant hatte. Der Moderator heißt bei Ihnen "bösaartig" bei mir hieß er "intelligent".

Ein weiterer Brief von Herrn Bühler:

[...] Inzwischen habe ich auch das Heft 45/4 des American Statistician. [...] Ich habe die entsprechenden Seiten für Sie kopiert. Außerdem schicke ich Ihnen Kopien des damaligen ZEIT-Artikels und der dazu veröffentlichten Leserbriefe. Zwei oder drei Wochen später erschien noch einmal ein kleiner Artikel von G. v. Randow, in dem er "zugab", daß auch einiges für die von Savant-Lösung spricht. Leider habe ich diesen Artikel nicht mehr.

Ob Sie im Licht dieser Information meinen Leserbrief noch so veröffentlichen wollen oder doch selber etwas ausführlicher schreiben?

[Die Artikel von Herrn Bühler können unsere Leser gerne anfordern.]